תרגיל בגרפים

1. סוציולוגים גילו באופן ניסיוני תופעה חברתית מעניינת: בכל חבורה של שישה אנשים ניתן למצוא שלושה שכולם חברים, או שלושה שאף שניים מהם לא חברים. האם התופעה הזאת קיימת גם אצל חייזרים?

2. כמה מקצועות יכולים להיות לפאון קמור?

3. נתון פאון קמור שאין לו לא פאות משולשיות ולא פאות מרובעות.
מהי הכמות המינימלית האפשרית של פאות מחומשות שיכולות להיות לפאון?

4. הוכיחו שניתן לצבוע מפה בשני צבעים, אם ורק אם כל קודקוד הוא מפגש של מספר זוגי של גבולות.

5*. הרקולס הולך להילחם במפלצת אגדית בשם הידרה. להידרה יש מספר ראשים ו-100 צווארים, כאשר כל צוואר מחבר בין שני ראשים ולא יכול להיות ששני ראשים מחוברים על ידי יותר מצוואר אחד. ההידרה קשירה (כלומר מכל ראש אפשר להגיע לכל ראש אחר דרך סדרה של צווארים).
בכל הנפת חרב, הרקולס יכול לכרות כל ראש של ההידרה לפי בחירתו. כאשר הוא עושה זאת, כל הצווארים שמחוברים לראש הזה מושמדים, אבל צומחים צווארים חדשים מהראש הזה לכל הראשים שאליהם הראש לא היה מחובר לפני הכריתה.
ההידרה תמות אם היא תפסיק להיות קשירה (כלומר אם היא תופרד לשני חלקים).
הוכח כי הרקולס יכול להרוג את ההידרה ב-10 הנפות חרב.

6**. מישור מרוצף ע"י מצולעים קמורים, כאשר לכל מצולע 7 צלעות בדיוק.
הוכיחו: או שיש מצולע ששטחו קטן מ-0.000001, או שיש מצולע שהיקפו גדול מ-1000000000.