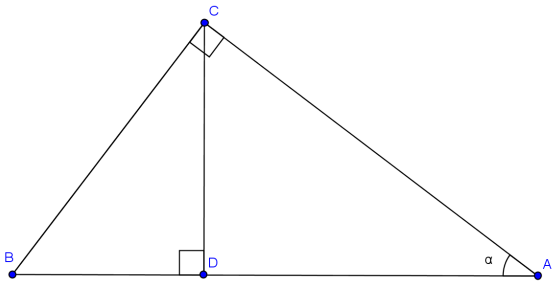
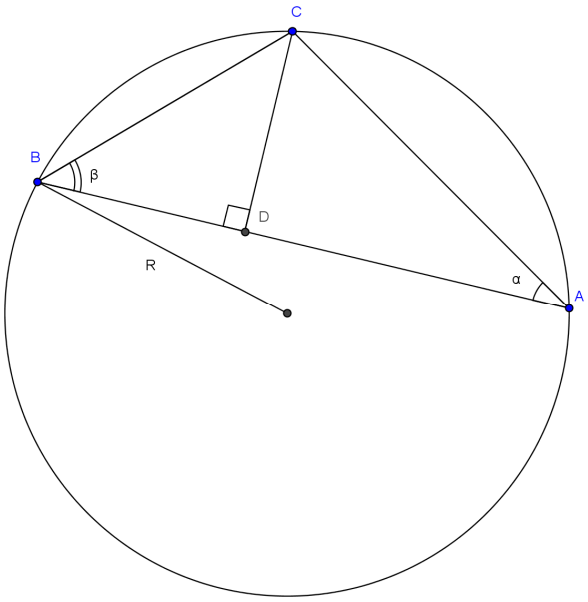
טריגונומטריה

סוגיה 1.

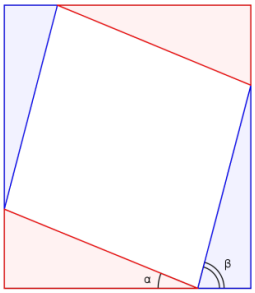


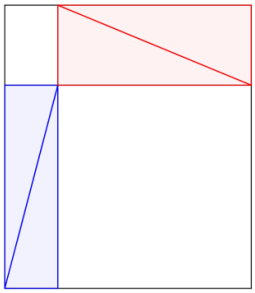
א. במשולש ישר זווית בעל זווית חדה α, ויתר שווה ל-1, מעבירים גובה מהקודקוד של הזווית הישרה. לאיזה קטעים מחולק היתר?

ב. נתון משולש עם זוויות α ו-β, ורדיוס של המעגל החוסם שווה ל-R. לאיזה קטעים הגובה CD מחלק את הצלע AB?



ג. נתונים 4 משולשים ישרי זווית. אורך היתר של כולם 1, לשניים מהם יש זווית α, ולשניים יש זווית β. מכניסים אותם לקופסה מלבנית ברוחב $\cos\alpha+\cos\beta$ וגובה $\sin\alpha+\sin\beta$, בשתי שיטות, כמו בשני הציורים. חשב\י את השטח של הקופסא שלא מכוסה על ידי המשולשים בשני המקרים, והסק\י מכאן הכללה של משפט פיתגורס (משפט פיתגורס מתקבל כאשר $\beta=90^\circ-\alpha$).

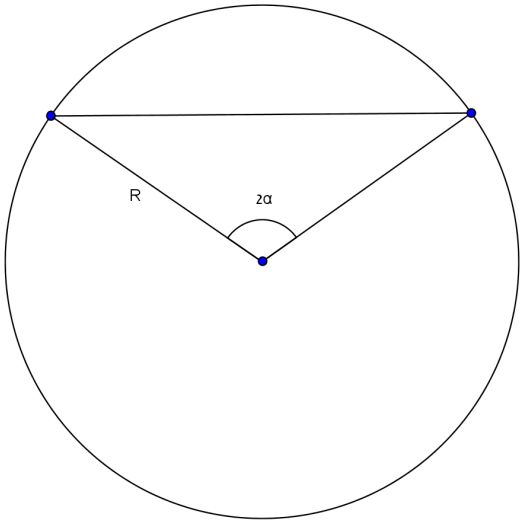




טריגונומטריה

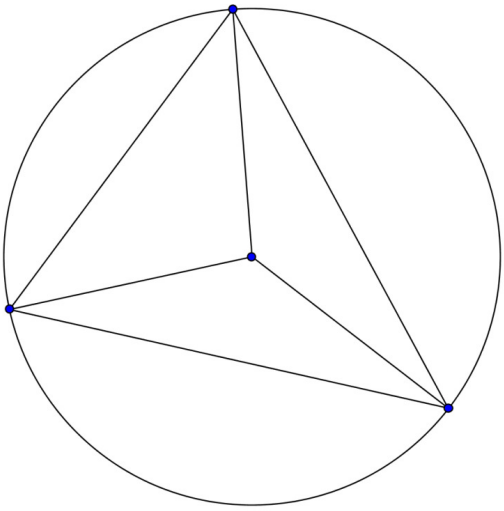
סוגיה 2.

א. נתון משולש שווה שוקיים: שתי צלעותיו שוות R וזווית בינם 2α. מה שטחו?



ב. הוכח\י כי שטח של משולש הוא $\frac{abc}{4R}$.

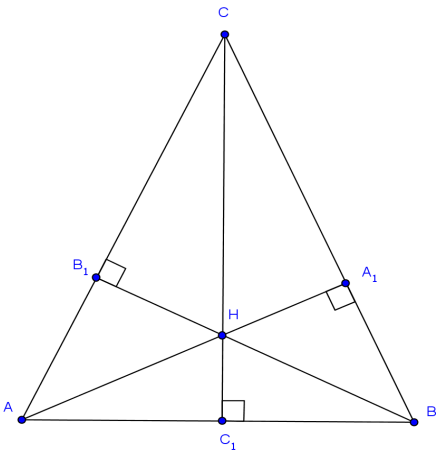
ג. הוכח\י כי $2\sin 2\alpha + 2\sin 2\beta + 2\sin 2\gamma = \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma$.



טריגונומטריה

סוגיה 3.

במשולש ABC הגבהים $AA_1,\ BB_1,\ CC_1$ נפגשים בנקודה H.



א. הוכיחו כי מעגלים חוסמים של $ABC,\ ABH,\ ACH,\ BCH$ הם באותו גודל.

ב. חשבו את באמצעות $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ R$ את אורכי הקטעים $AH,\ BH,\ CH$.

ג. חשבו את באמצעות $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ R$ את אורכי הקטעים $A_1H,\ B_1H,\ C_1H$.

ד. $\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma$.

סוגיה 4*.

א. נתון מרובע קמור שצלעותיו (לפי הסדר) הן $a,\ b,\ c,\ d$ ואלכסוניו הם $m,\ n$, ושתי זוויות נגדיות שלו הן α,γ. הוכח כי $m^2n^2=a^2c^2+b^2d^2-2abcd\cos(\alpha+\gamma)$.

ב. הוכח כי אם $p=\dfrac{a+b+c+d}{2}$, אז

$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)+abcd\cdot\cos^2\frac{\alpha+\gamma}{2}}$$

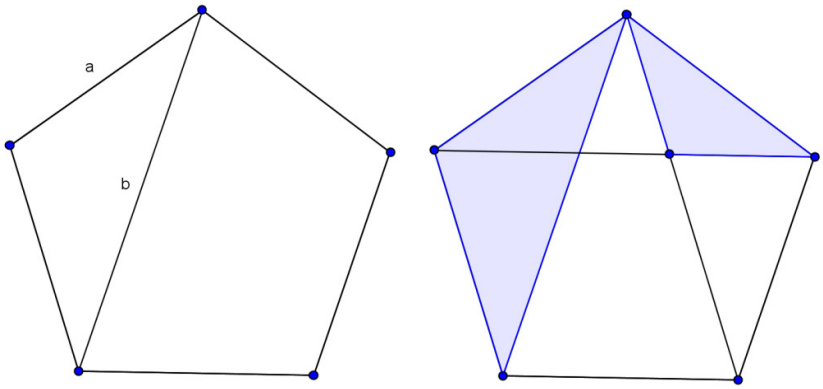
ג. במרובע נתונים הזווית בין האלכסונים $\phi\neq 90^\circ$ ואורכי הצלעות a,b,c,d בסדר זה. מצאו נוסחה לשטח המרובע באמצעות a,b,c,d,ϕ.

תשובה. $\dfrac{\tan\phi}{4}\cdot\left|d^2-c^2+b^2-a^2\right|$.

טריגונומטריה

סוגיה 5. בציור מחומש משוכלל.

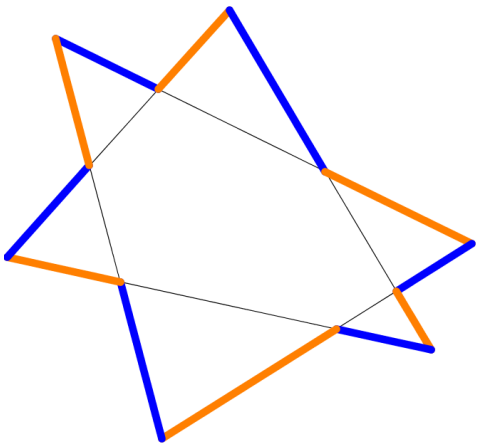
א. הוכיחו את דמיון המשולשים בציור



ב. חשב\י את היחס בין אלכסון לצלע של מחומש.

ג. הוכח\י כי $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$, $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

סוגיה 6. מגן-דוד. הוכיחו כי מכפלת הקטעים הכחולים שווה למכפלת הקטעים הכתומים.



סוגיה 7. מצא ביטוי קצר לביטוי אינסופי

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-...}}}}}}}}}}}}$$.