תרגיל 7

1. א. מרובע ABCD חסום במעגל. הוכח כי אם E נמצאת על אותו מעגל, אז מכפלת המרחקים מ-E לישרים AB, CD שווה למכפלת המרחקים מ-E לישרים BC, AD, ושווה למכפלת המרחקים מ-E לישרים AC, BD.
ב. הכלל את הטענה שניסחנו למרובע למקרה של משושה.

2. מרובע חסום במעגל ואלכסוניו מאונכות. הוכח כי:
א. ישר שעובר דרך נקודת חיתוך האלכסונים שלו ומאונך לצלע מסוימת חייב לחלק את הצלע הנגדית לשני חלקים שווים.
ב. מרחק ממרכז המעגל החוסם לכל צלע שווה למחצית מהצלע הנגדית.
ג. סכום ריבועי הצלעות שווה ל-8 פעמים הריבוע של רדיוס.

3. ABCD מרובע חסום. הישרים AB, CD נחתכים ב-P, הישרים AD, BC נחתכים ב-Q, הישרים AC, BD נחתכים ב-T. הוכח כי נקודת חיתוך הגבהים של משולש PQT זה המרכז של המעגל החוסם של ABCD.

4. מרובע שצלעותיו a,b,c,d חסום במעגל שרדיוסו R. הוכח כי שטח המרובע $S=\frac{\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}}{4R}$.

5. מרובע שצלעותיו a,b,c,d חסום במעגל שרדיוסו R. באמצעות a,b,c,d רשום את התנאי לכך שהזווית בין האלכסונים היא 60°.