תרגיל 4

1. A היא קבוצה בת 60 נקודות במישור. B היא קבוצה של כל המספרים שמייצגים את המרחקים בין שתי נקודות שונות של A. האם מספר האיברים ב-B יכול להיות:
א. פחות מ-50?
ב. פחות מ-25?

2. האם אפשר לסמן 6 נקודות שונות במישור, כך שאף שלוש מהן לא על ישר אחד והמרחק בין כל שתיים יהיה מספר שלם שקטן מ-9 ?

3. האם אפשר למצוא במישור מחומש קמור, שכל צלעותיו שוות, וקודקודיו – נקודות שלמות (כלומר קואורדינאטות של קודקודיו הם מספרים שלמים)?
הזהרה: כידוע מחומש שווה-צלעות לא חייב להיות משוכלל.

4*. האם אפשר למצוא במרחב תלת-מימדי מחומש מישורי שווה-צלעות וקמור, שכל קודקודיו – נקודות שלמות?

5*. א. הוכח שמתוך 21 זוגות שיש מבין 7 נקודות, אותו מרחק בין הנקודות יכול להופיע רק ב-12 זוגות שונות.
ב. מה המספר המרבי של זוגות מתוך 6 נקודות, שבהן יכול להופיע אותו מרחק?