תרגיל 2

תרגיל זה קשור לרעיון הגיאומטרי של קיפול (כמו באוריגאמי).

1. ABCD הוא דלתון, AB = AD , CB = CD, הזוויות B ו-D ישרות. נקודות K ו-M נמצאות על הצלעות BC, CD בהתאמה, כך שהזווית MAK, שווה למחצית הזוויות BAD. הוכח\י כי BK + MD = MK. הוכח\י כי המרחק מ-A לישר MK שווה ל-AB.

2. המרחק בין שני ישרים מקבילים k, l שווה לצלע של הריבוע ABCD. הישר l חותך את הצלעות AB, BC (בחלקים הפנימיים של הצלעות ולא בהמשכיהם) בנקודות P, Q בהתאמה. הישר k חותך את הצלעות AD, DC בנקודות S, R בהתאמה.
מהי הזוויות בין PR לבין QS?

3. א. במשולש ABC הזווית B ישרה, AB = BC. נקודות K, L נמצאות על הצלע AC, כאשר L בין K ל-C. הזווית KBL שווה 45°. הוכח\י כי $AK^2 + LC^2 = KL^2$.
ב. נקודות K, L נמצאות בתוך ריבוע ABCD (לא על צלעותיו) כך שהזוויות KBL, KDL שוות בו-זמנית ל-45°. הוכח\י כי $AK^2 + LC^2 = KL^2$.

4. במשולש ABC נקודת חיתוך הגבהים היא H, מרכז המעגל החוסם O, ורדיוס המעגל החוסם R. ניקח נקודה כלשהי D על אחת מצלעות המשולש. הוכח כי $OD+HD \geq R$.

5*. א. סדרה אינסופית של מספרים ממשיים מקיימת את התנאים הבאים לכל $n>0$:
$4a_{2n-1}-5a_{2n}+3a_{2n+1}=12$, $3a_{2n}-5a_{2n+1}+4a_{2n+2}=12$. הוכח כי $a_{n+8}=a_n$ לכל n.
ב. סדרה אינסופית של מספרים ממשיים מקיימת את התנאים הבאים לכל $n>0$:
$5b_{2n-1}-7b_{2n}+3b_{2n+1}=1$, $3b_{2n}-7b_{2n+1}+5b_{2n+2}=1$. הוכח כי $b_{n+12}=b_n$ לכל n.