תרגיל 13

1. במישור נתונים 10 ישרים ו-10 נקודות. הוכח שאפשר לבחור נקודה כזאת, שמרחק ממנה לכל ישר נתון קטן יותר מאשר מרחק ממנה לכל נקודה נתונה.

2. על מעגל נתון נבחרו נקודות A, B שונות, והן מחלקות מעגל לשתי קשתות. תאר את המקום הגיאומטרי של אמצע המיתרים, שקצותיהם נמצאים על שתי קשתות שונות.

3. נתונות 10 נקודות במישור. יוסי מחפש ישר כזה, שסכום מרחקים ממנו לנקודות המתונות יהיה קטן ביותר. הוכח שישר זה חייב לעבור דרך שתי נקודות נתונות, ושהוא מחלק את המישור לשני חלקים שבכל אחד מהם יש 4 נקודות לכל היותר.

4. במרחב נתונות 4 נקודות שהן לא על מישור אחד. הוכח שהמישור שסכום המרחקים ממנו לכל 4 נקודות הנתונות מינימלי מתלכד עם הפאה בעלת השטח המקסימלי.

5. גוף קמור נמצא בקוביית יחידה, והטלה שלו על כל פאה מכסה את הפאה לחלוטין. מהו הנפח המינימלי של הגוף הקמור?

6. לכל צלע b של מצולע קמור P נשייך את השטח הגדול ביותר של משולש אשר צלע אחת שלו היא b וכולו מוכל ב-P. הוכח כי הסכום של השטחים המשויכים לצלעות של P גדול או שווה לפעמיים השטח של P.