תרגיל 12

1. יהי $p(x)$ פולינום אם מקדמים שלמים.

א. הוכח כי $p(x)\big|p\big(x+p(x)\big)$.

ב. הוכח כי $p(x)-x\big|p\Big(p\big(p\big(p(x)\big)\big)\Big)-x$.

תזכורת. $p(x)\big|q(x)$, או $p(x)$ מחלק את $q(x)$, זהו סימון מקוצר ל-$q(x)$ מתחלק ב-$p(x)$.

2. הוכח כי קיימים אינסוף ערכים x טבעיים, עבורם המחלקים הראשוניים של x^2+1 כולם קטנים מ-x.

3. הוכח כי עבור כל פולינום p מדרגה 2 בעל מקדמים שלמים, קיימים אינסוף ערכים x טבעיים, עבורם המחלקים הראשוניים של $p(x)$ כולם קטנים מ-x.

4*. הוכח כי לכל n טבעי, קיימים אינסוף ערכים x טבעיים עבורם המחלקים הראשוניים של x^n+1 כולם קטנים מ-x.

5. הוכח כי לכל n,a,b טבעיים, קיימים אינסוף ערכים x טבעיים עבורם המחלקים הראשוניים של ax^n+b כולם קטנים מ-x.