תרגיל 11

1. ABCD טרפז, $AB = a$, $CD = b$ מקבילים. נקודות E, F נמצאות על BC, AD כך ש-EF מקביל ל-AB, CD ועובר דרך X שהיא נקודת מפגש האלכסונים של הטרפז.
א. הוכח כי X חוצה את EF.
ב. בטא את EF באמצעות a, b.

2. א. במשולש ABC הזווית C היא 120°, ואורכי הצלעות הן $BC = a$, $AC = b$. הוכח כי אורך חוצה הזווית CD היא $\frac{ab}{a+b}$.
ב. הכלל את הנוסחה למקרה שהזווית C היא γ (אורך של CD כפונקציה של a,b,γ).

3. במשולש ABC חוצי הזוויות הן AK, BL, CM. הוכח כי הזווית KLM ישרה אם ורק אם הזווית ABC היא 120°.

4. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים, $AB = AC$ והזווית A היא 20°. על AB, AC נבחרו נקודות D, E בהתאמה כאלה שהזווית DCB היא 60° והזווית EBC היא 50°. מצא את גודל הזווית CDE.

5. א. מנקודה C מחוץ למעגל העבירו משיקים למעגל, A ו-B הן נקודות ההשקה. משיק נוסף חותך את הישרים CA, CB בנקודות P, Q בהתאמה.
בטא את $\frac{AP\cdot BQ}{CP\cdot CQ}$ באמצעות הזווית $\gamma = \sphericalangle BAC$.
ב. למצולע $A_1A_2\ldots A_{2n}$ יש מעגל חסום. לכל ישר ℓ שמשיק לאותו המעגל אבל שונה מכל צלע של המצולע, נגדיר d_i = המרחק מהקודקוד A_i לישר ℓ. הוכח כי $\frac{d_1\cdot d_3\cdot\ldots\cdot d_{2n-1}}{d_2\cdot d_4\cdot\ldots\cdot d_{2n}}$ אינו תלוי ב-ℓ.