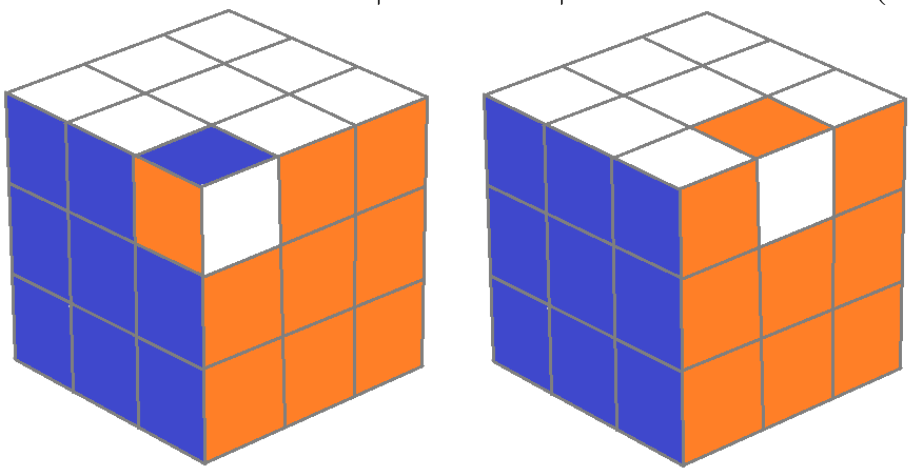
תרגיל 1 – אינבריאנטים

אינווריאנט (לפעמים אומרים אינווריאנטה או שמורה) זה דבר שלא משתנה בתהליך כלשהו. למשל רץ בשחמט הולך באלכסונים, לכן סכום של מספר שורה ומספר עמודה שלו נשאר תמיד עם אותה זוגיות. לכן צבע המשבצת שבה עומד הרץ הוא אינווריאנט.

1. במעגל עומדים 44 עצים, ועל כל עץ יושב ציפור אחד. כל דקה שני ציפורים כלשהם עוברים מעצים שעליהם הם נמצאים לעצים סמוכים: ציפור אחד נגד כיוון השעון, השני לפי כיוון השעון. האם יתכן שאחרי זמן-מה כל הציפורים ישבו על אותו עץ?

2. א. האם אפשר לרצף חדר 10×10 באמצעות 25 מלבנים 1×4 ?
ב. מרצפים חדר 10×10 באמצעות 24 מלבנים 1×4 וריבוע 2×2.
כמה מיקומים אפשריים יש לריבוע 2×2?

3. קוביה הונגרית פורקה לחלקים והורכבה מחדש, כך שכל החלקים שכל הקוביות הקטנות שמרכיבות חזרו למקומם, המקורי, וכולם חוץ מחלק אחד נמצאים בכיוונים הנכונים. אחד החלקים, בפינה או באמצע המקצוע, מסובב יחסית למיקום הנכון שלו (כמו בציורים). האם אפשר לפתור את הקובייה בלי לפרק אותה שוב?



4. נתונים 4 חרגולים נקודתיים במישור, שנמצאים בהתחלה בקודקודים של הריבוע. מותר בכל דקה לחרגול אחד לקפוץ מנקודה A לנקודה C בתנאי שיש חרגול אחר באמצע הקטע AC. האם החרגולים יכולים בפעולות כאלה להגיע למצבים הבאים:
א. ששלוש מהם יהיו על אותו ישר?
ב. שהם יהיו בקודקודים של ריבוע פי 2 יותר גדול מהריבוע המקורי?
ג. שהם יהיו בקודקודים של ריבוע פי 3 יותר גדול מהריבוע המקורי?

5*. על המעגל נתונות נקודות כחולות ואדומות. מותר להוסיף נקודה אדומה ולשנות את הצבעים של הנקודות השכנות שלה או להסיר נקודה אדומה ולשנות את הצבעים של הנקודות השכנות שלה בעבר (אסור להשאיר פחות מ-2 נקודות על המעגל). הוכח/י כי אי אפשר להעביר רק ע"י הפעולות האלה מעגל עם שתי נקודות אדומות למעגל עם שתי נקודות כחולות.