תירגול – משחקים

חלק א'

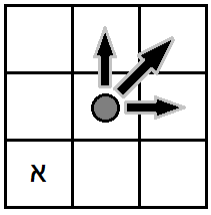
1. בערמה N אבנים. שניים משחקים בתורות, כאשר בכל תור אחד מהם לוקח בין 1 ל-4 אבנים לפי בחירתו. מנצח הוא זה שלוקח את האבן האחרונה. למי יש אסטרטגיה מנצחת? (התשובה תלויה ב-N)

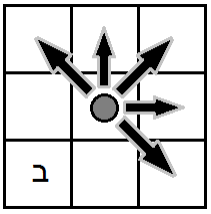
2. בערמה N אבנים. שניים משחקים, כאשר בכל תור כל אחד מהם לוקח 2^k אבנים (כאשר k הוא מספר שלם אי-שלילי, שהשחקן יכול לבחור מחדש בכל מהלך). מנצח הוא זה שלוקח את האבן האחרונה. למי יש אסטרטגיה מנצחת? (התשובה תלויה ב-N)

3. [NIM] נתונים 3 ערמות של אבנים, של 3, 4, 5 אבנים. שניים משחקים בתורות. בכל תור, שחקן לוקח כמות כלשהי של אבנים מערמה כלשהי לפי בחירתו. מי שלוקח את האבן האחרונה מנצח. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

3'*. אותה השאלה, אם המצב ההתחלתי הוא N ערמות של אבנים בגדלים כלשהם.

4. בפנה שמאלית תחתונה של לוח משבצות $N \times M$ עומד כלי. שניים עושים מהלכים בתורות לפי הכללים שנתאר (בכל סעיף כללים אחרים). מפסיד מי שלא יכול לעשות מהלך בתורו. לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת?





א. במקרה שאפשר לזוז משבצת אחת למעלה, ימינה, או באלכסון למעלה-ימינה.

ב. במקרה שאפשר לזוז משבצת אחת באחד מחמישה כיוונים, כמו בציור ב'.

ג. במקרה שבו אפשר לזוז בכיוונים של סעיף א, אבל לכל מספר של משבצות, על לוח 30×20.

ד.** כמו בסעיף ג, אבל ללוח כללי $N \times M$.

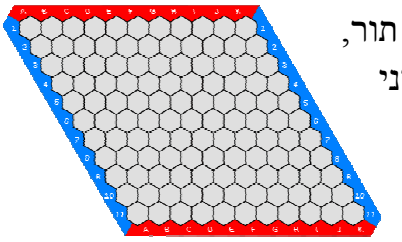
5. נתונה חתיכת שוקולד בצורת משולש משוכלל עם צלע באורך n, מחולק ע"י תעלות למשולשים קטנים עם צלעות באורך 1 (כל צלע מחולקת ל n חלקים שווים, נקודות החלוקה על כל זוג צלעות מחוברות ע"י תעלות המקבילות לצלע השלישית). שני שחקנים משחקים במשחק הבא: בכל תור אפשר לשבור פיסה משולשת (לאורך אחת התעלות) לאכול אותה, ולהעביר את שאר השוקולד ליריב. מי שקיבל את הפיסה האחרונה (משולש עם צלע באורך 1) הוא המנצח. מי שלא יכול לעשות מהלך, בכל שלב במשחק, מפסיד. לכל n יש לבדוק מי מהשחקנים (השחקן הראשון, או יריבו) יכול לנצח בודאות במשחק.

6. נתונה חפיסת שוקולד מלבנית $M \times N$. שניים משחקים בתורות. כל שחקן בתור שלו לוקח חתיכה מלבנית של שוקולד ושובר אותה לשני חלקים לפי קו. מפסיד מי שלא יכול לבצע מהלך בתורו.
לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת, לראשון או לשני? כיצד הוא צריך לשחק?

תירגול – משחקים

חלק ב'

1. ניר ואופיר מחלקים ערמה של 25 מטבעות שערכם 1, 2, 3, ... , 25 לירות. בכל מהלך אחד מהם מוציא מטבע מהערמה, והשני מחליט מי יקבל את המטבע הזה. ניר מוציא מטבע בפעם הראשונה, ואחרי זה כל פעם מוציא מטבע מי שיש לו יותר כסף. אם יש להם אותה כמות של כסף, אז מוציא מטבע מי שעשה זאת בפעם הקודמת.
האם ניר יכול תמיד לקבל יותר כסף מאופיר, או שאופיר יכול למנוע את זה?



2. [HEX] נתון לוח משושים, כמצויר באיור, בגודל 11×11. בכל תור, אחד השחקנים צובע משבצת ריקה בצבע שלו (הראשון באדום, השני בכחול). מטרתו של כל שחקן היא לקשר את צידי הלוח המסומנים בצבע שלו, בשרשרת רצופה של משושים בצבע זה. השחקן הראשון המצליח במשימה, ומונע בכך מן השחקן השני להשלים שרשרת משלו, מנצח. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

3. שני שחקנים רושמים על הלוח מספרים שלא עולים על N לפי התור. אסור לכתוב מחלקים של המספרים שכבר כתובים על הלוח. בתחילת המשחק הלוח ריק. השחקן שאין לא מהלך חוקי מפסיד.
למי יש אסטרטגיה מנצחת, לראשון או לשני? (התשובה עלולה להיות תלוייה ב-N.)
3'. מצא אסטרטגיה מנצחת עבור **N**=10.

4. יש שני ערמות של אבנים. בתחילת המשחק בערמה ראשונה M אבנים, ובשנייה N. בכל מהלך, אחד השחקנים מוציא מערמה הגדולה מספר אבנים שהוא כפולה של מספר האבנים שיש בערמה האחרת. המהלכים מתבצעים לפי התור על ידי שני שחקנים. מי שמחסל את אחת הערמות, מנצח.
א. אם $M > 2N$, הוכח שהראשון מנצח.
ב. עבור כל המקרים האחרים, לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת?