כ"ד בסיון ה'תשע"ב | מחנה קיץ | 14 יוני 2012

מבחן 7
קבוצת ירדן

1. מהו האורך המרבי של סדרה חשבונית שהפרש בה הוא 6, המורכבת רק ממספרים ראשוניים?

2. יהי $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$ סדרה פיבונצ'י ($f_1 = f_2 = 1,\ f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$). מצא ביטוי פשוט עבור
$$1 \cdot f_1 + 2 \cdot f_2 + 3 \cdot f_3 + \cdots + n \cdot f_n$$

3. נתון לוח 8×8 מנייר ועליו שני שחקנים משחקים בתורות: בכל תור שחקן בוחר שתי משבצות סמוכות (שלא נבחרו בעבר) וחותך את הלוח בעזרת סכין לאורך הצלע המשותפת. המפסיד הוא הראשון שמפריד את הלוח לשני חלקים. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

4. $ABCD$ הינו ריבוע. נקודות X ו- Y שייכות לצלעות AB ו- BC בהתאמה. קווים DX ו- DY חותכים את האלכסון AC בנקודות K ו- M בהתאמה. בהינתן שזווית $\measuredangle XDY = 45°$ הוכח כי המחומש $KXBYM$ חסום במעגל.

בהצלחה!