1. הוכח כי לכל מספרים ממשיים חיוביים a, b, c מתקיים:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+8bc}}+\frac{b}{\sqrt{b^2+8ac}}+\frac{c}{\sqrt{c^2+8ab}}\geq 1$$

2. ABC משולש. מצא את הנקודה X עבורה $AX+BX+CX$ מזערי.

3. a, b, c מספרים ממשיים שייכים לקטע $[-1,\ 1]$ ומקיימים

$$1+2abc\geq a^2+b^2+c^2$$

הוכח שלכל n טבעי מתקיים

$$1+2(abc)^n\geq a^{2n}+b^{2n}+c^{2n}$$

4. מספרים $x_1, x_2, \dots, x_n$ הינם ממשיים חיוביים ומקיימים:

$$4\sum_{i=1}^{n}x_i^2<2\sum_{i=1}^{n}x_i<\sum_{i=1}^{n}x_i^3$$

א. הוכח כי $n>50$.

ב. מצא דוגמא למספרים כאלו.

ג. מצא את n המזערי עבורו קיימת סדרה כזאת.

5. יהיו $v_1, v_2, \dots, v_n\in[-1,1]^3$. בביטוי $w=\pm v_1\pm v_2\pm\cdots\pm v_n$ נבחרו סימנים כך שאורך של הווקטור w התקבל מינימאלי. מהו האורך המרבי שיכול להתקבל?

א. הוכח שמספיק לפתור את השאלה עבור $n=4$.

ב. הוכח שמספיק לפתור את השאלה עבור $n=3$.

ג. מצא את החסם האופטימאלי.

בתיאבון!