# רציפות דיסקרטית

1. על המישור סימנו $n$ נקודות כחולות ו-$n$ נקודות אדומות. הוכח שאפשר להעביר ישר כך שבכל צד שלו יש אותה כמות של נקודות כחולות ואדומות (גדולה מ0).

2. 30 נעליים עומדות בשורה (מתוכן 15 שמאליות ו15 ימניות). הוכיחו, שיש מתוכם רצף של 10 נעליים שבהם כמות הנעליים הימניות והנעליים השמאליות שווה.

3. משחק כדורגל בין "מכבי" ל"ביתר" נגמר ב8:5 לטובת "מכבי". הוכח כי היה רגע במשחק שהחל ממנו מכבי הולכת להבקיע אותה כמות של גולים כמו שבית"ר כבר הבקיעו (נכון לאותו רגע).

4. בשורה יש 100 כדורים שחורים ו100 לבנים, כך שהכדור הכי שמאלי והכי ימני באותו צבע. הוכח שאפשר לבחור רצף של כמה כדורים שמתחיל בכדור הכי שמאלי אך לא כולל את כל הכדורים, כך שיש בו אותה כמות של כדורים שחורים ולבנים.

5. חצי מהמשבצות של לוח 100×100 צבועות בשחור, וחצי בלבן. הוכח כי אפשר לחלק את הלוח ל2 מצולעים זהים כך שבכל אחד מהם תהיה כמות זהה של משבצות שחורות ולבנות.

6. בחלק ממשבצות של ריבוע 50×50 כתובים מספרים 1 ו 1-, שהערך המוחלט של סכומם לא עולה על 100. הוכח שיש ריבוע 25×25, כזה שערך המוחלט של סכום המספרים שכתובים בו לא עולה על 25.

# רציפות דיסקרטית - המשך

7. בסדרה אינסופית של מספרים טבעיים כל מספר מתקבל מהמספר הקודם על ידי חיבור של אחת הספרות (הלא אפסיות) שלו אליו. הוכח שבסדרה יש מספר זוגי.

8*. נתון מספר טבעי. מותר לרשום בין ספרותיו סימני "+" במיקומים כלשהם, ולחשב את הסכום (לדוגמא, המספר 123456789 ניתן לקבל את המספר 789+6+12345=13140). על המספר שהתקבל ניתן לבצע שוב את אותה פעולה. הוכיחו שמכל מספר טבעי ניתן לקבל מספר חד-ספרתי לאחר 10 פעולות כאלו לכל היותר.

9*. נתונים 2001 אבנים כך שמשקלם הכולל הוא 1001 גרם, ואף אבן לא שוקלת יותר מ $x+1$ גרם. לאיזה $x$ מירבי אפשר תמיד לחלק את האבנים ל2 קבוצות שמשקלם הכולל שונה בלא יותר מ1 גרם?

10. קודקודים של מצולע (חסום במעגל) בעל 50 צלעות מחלקים את המעגל ל50 קשתות, שאורכם – 1, 2, 3,..., 50. כל זוג של קשתות נגדיות שונות באורכן ב-25 בדיוק. הוכח שיש למצולע 2 צלעות מקבילות.